

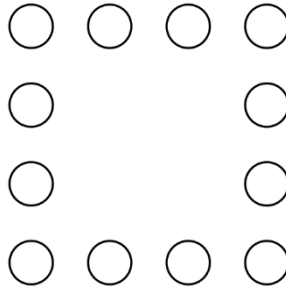
**A XXII. Katedra Matematikaverseny országos döntőjének feladatsorai**  
(Dunaszerdahely, 2017. május 5.)

**I. forduló**

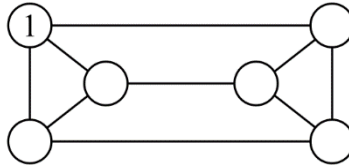
(összeállította: Károlyi Károly)

**5. osztály**

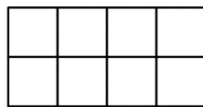
1. Az alábbi ábrán 12 kör lett négyzet alakban elhelyezve. Írjuk be a körökbe a természetes számokat 1-től 12-ig (mindegyik számot egyszer) úgy, hogy a négyzet mind a négy oldalán a számok összege 22 legyen. Elegendő egyetlen megoldást mutatni.



2. Nevezzük csökkenő számoknak az olyan többjegyű természetes számokat, amelyeknek a számjegyei balról jobbra csökkennek! Hány olyan csökkenő szám van, amelynek a számjegyei összege 39?
3. Az alábbi ábrán az egyik körbe beírtuk az 1-es számot. A többi körbe a 2, 3, 4, 5 és 6 számokat kell beírunk (mindegyik számot egyszer) úgy, hogy azokban a körökben, amelyek vonallal vannak összekötve, olyan számok szerepeljenek, amiknek a különbsége 1-nél nagyobb. Keressük meg az összes megoldást!



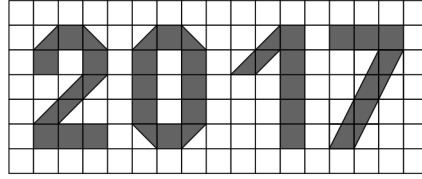
4. Az ábrán látható, nyolc kis négyzetből álló téglalapról kivágtunk két kis négyzetet úgy, hogy a megmaradó alakzat ne essen szét. Hányféle különböző alakzatot kaphattunk így? Rajzoljuk is le ezeket! Két alakzatot akkor tekintünk különbözőnek, ha papírból kivágva őket nem tudjuk őket egymásra rakni, azaz egy alakzat és a tükörképe nem számít különbözőnek.



5. Határozzuk meg azt a legkisebb természetes számot, amelyik 2017-tel kezdődik, 2017-re végződik, és a számjegyeinek összege 2017!

**6. osztály**

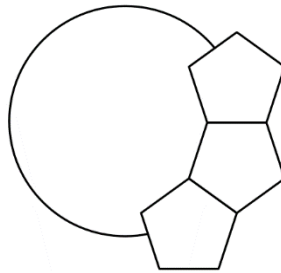
1. Rajzoljuk egy háromszöget és egy négyszöget úgy, hogy a két síkidomot határoló szakaszoknak összesen  
a) 1,      b) 3,      c) 4,      d) 5,      e) 6,      f) 7,      g) 8  
közös pontja legyen! Elegendő mindegyik szituációra egyetlen megoldást rajzolni.
2. Liza születésnapj bulit tartott. Utolsóként Kriszti érkezett meg, aki 13 éves. Az ő érkezésével a jelen lévők átlagéletkora pontosan 8 évről pontosan 9 évre emelkedett.
- a) Hány évesnek kellene Krisztinek lennie ahhoz, hogy az átlagéletkor pontosan 10 évre emelkedjen a buliban?
- b) A tavalyi bulin pontosan ugyanazok vettek részt, mint az idein, annyi különbséggel, hogy akkor Liza anyukája is jelen volt. Akkor a jelen lévők átlagéletkora pont 12 év volt. Hány éves Liza anyukája most?
3. Egy falat 2 cm élhosszúságú négyzet alakú csempékkel raktak ki. Erre a falra az ábrán látható módon felfestették a 2017-es számot. Mekkora a festett rész területe?



4. Egy  $n$  tagú számsorozat egymást követő természetes számokból áll. Ha az  $n$  darab szám mindegyikét maradékosan osztjuk 9-cel, és a kapott osztási maradékokat összeadjuk, akkor 302-t kapunk. Hány elemből áll ez a számsorozat?
5. Az  $A$  számot úgy kapjuk, hogy összeadjuk a 9-et, 99-et, 999-et, ... 99...9-et, a legutolsó összeadandó 2017 jegyű. Hány darab 1-es számjegy van az  $A$  szám tízes számrendszerbeli alakjában?

### 7. osztály

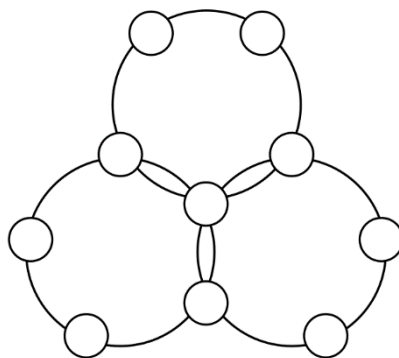
1. Bálint unalmában 21 db egybevágó négyzet alakú kártyára számokat írt, mégpedig a következőképpen: 4 darabra 1-est, 2 darabra 2-est, 7 darabra 3-ast és 8 darabra 4-est írt.  
Egy másik alkalommal ezekből a kártyákból 20-at felhasználva kirakott egy  $4 \times 5$ -ös téglalapot. Miután kirakta a kártyákat, azt vette észre, hogy mind az 5 darab kirakott oszlopban ugyanannyi a számok összege, és azt is észre vette, hogy a sorokban is egyenlő a számok összege. A 21 kártyából melyiket nem használta fel Bálint a téglalap kirakásához? Mutass is egy lehetséges kirakását a téglalapnak!
2. Robi egybevágó szabályos ötszög alakú lapokat rakott egymás mellé egy körvonal mentén, az ábrának megfelelően. Összesen hány darab lapot használt fel, ha végül zárult a kör?



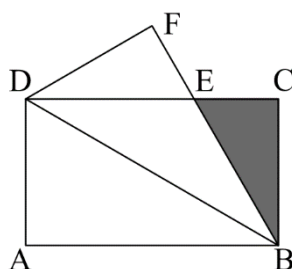
3. László 2016-ban annyiadik születésnapját ünnepelte, mint amennyi a születési évszámában a számjegyek összege. Mikor születhetett László?
4. 343 darab 1 cm élhosszúságú kis kockából összeragasztottunk egy nagyobb kockát hézagmentesen. Ez után az egyik lapközepén egy  $1 \text{ cm}^2$  területű, négyzet keresztmetszetű alagutat fúrtunk a kockán át. Ezután a kapott testet egy nagy vödör festékbe mártottuk. A festék száradása után a testet újra szétváltuk 1 cm élhosszúságú kis kockákra. Hány olyan kis kocka lett, aminek  
 a) 0,                      b) 1,                      c) 2,                      d) 3  
 lapja festékes?
5. Peti 1-től 2017-ig egyesével leírta a pozitív egész számokat tollal egy papírra. Ezt egy kézírás felismerő program segítségével megpróbálta digitalizálni. Azonban a gép azokat a számokat, amiben szerepelt az 1-es vagy a 2-es számjegy nem volt képes felismerni, csak a többit ismerte fel. Hány számot ismert fel a program?

### 8. osztály

1. Az ábrán látható alakzatban lévő kis körökbe be lehet-e írni az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számokat úgy, hogy mindhárom nagy körön az öt szám összege 22 legyen.



- Gergőnek 144 darab 1 cm élhosszúságú fakockája van, ezekből négyzet alapú hasábot épít, minden kockát felhasználva. Hányféle hasábot építhet Gergő, és mekkora ezeknek a felszíne?
- Határozzuk meg azokat a háromjegyű természetes számokat, amelyek 13-szor kisebbek lennének akkor, ha elhagynánk a középső számjegyüket!



- Az  $ABCD$  téglalap alakú papírlapot meghajtjuk a  $BD$  átló mentén úgy, hogy az  $A$  csúcs az  $F$  pontba került. A szürkével jelölt rész az eredeti lap területének  $1/6$  része. Mekkora a  $CEB$  szög?
- Van egy kétkarú mérlegünk, amelynek csak az egyik serpenyőjébe lehet tenni a mérősúlyokat, a másik serpenyőjébe pedig a mérendő tárgy kerül. Hány darab és milyen tömegű mérősúlyokra van szükség ahhoz, hogy a lehető legkevesebb darabból álló mérősorozattal 100 kg-ig minden egész kilogrammot meg lehessen mérni?

### 9. osztály

- Van egy téglatest alakú akváriumunk, amely élleinek hossza centiméterekben mérve egész szám. A határoló lapjai közül kettő egybevágó négyzet. A négyzet oldalának hossza  $\frac{3}{5}$  része a téglatest egy másik él hosszúságának. Az élék hosszúságának összege 572 cm. Belefér-e az akváriumba 99 liter víz?
- Bálint tíz egymás utáni természetes számot felírt egy-egy cédulára. Janka elvett egy cédulát ezek közül. Bálint összeadta a nála maradt cédulákon lévő számokat, és így 2017-et kapott. Milyen szám állhat azon a cédulán, amit Janka elvett?
- Van 199 fém pálcikánk, melyek hossza centiméterben mérve egész szám. A legrövidebb 1 cm, a leghosszabb 199 cm, és nincs köztük két egyforma hosszúságú. Minden pálcikát felhasználva összeforrasztható-e belőlük egy kocka formájú fémváz? És egy téglatest alakú fémváz? (Feltételezhetjük, hogy a forrasztás pontszerű, azaz egy 1 cm és 2 cm hosszú pálcikát összeforrasztva egy 3 cm hosszú pálcikát kapunk.)
- Igazoljuk, hogy ha  $p$  és  $p^2 + 8$  prímszámok, akkor  $p^2 + p + 1$  is prímszám!
- Az  $ABC$  háromszögben legyen  $M$  a  $BC$  oldal felezőpontja! Húzzunk merőlegest a  $B$  és  $C$  csúcsokból az  $AM$  egyenesére! Ezek  $AM$ -mel való metszéspontjait jelöljük  $P$ -vel és  $Q$ -val! Bizonyítsuk be, hogy a  $BPCQ$  négyszög paralelogramma!

### II. forduló

(Összeállította: Horváth Géza)

### 5. osztály

\*\*\*1. ábra (Keresztrejtvény)\*\*\*

**1. feladat:** Fejtsd meg a keresztrejtvényt!

**Vízszintes: a)** A futballpálya hossza 111 m, szélessége 54 m. Bence hatszor körbefutotta a pályát közvetlenül az oldalvonalak és alapvonalak mentén. Bence egy lépése 55 cm hosszú. Hány lépésnyit futott? **d)** Az  $A$ ,  $B$  és  $C$  pont úgy helyezkedik el egy egyenesen, hogy az  $A$  pont a  $C$ -től 813 mm-re van, és tudjuk, hogy az  $AB$  távolság

kétszer akkora, mint a  $BC$  távolság. A  $B$  pont az  $AC$  szakaszon fekszik. Hány mm-re van az  $A$  pont a  $B$  ponttól?  
**f)** Egy dobozban 20 piros, 21 kék, 22 zöld, 23 fehér, 24 fekete és 25 sárga golyó van. Hány golyót kell látatlanban kivennünk, hogy biztosan legyen köztük egy piros? **h)** Törölj az 1654301 számból két számjegyet úgy, hogy a megmaradt számjegyekből „összetolt” szám a lehető legnagyobb legyen! Írd le a megmaradt számot! **j)** Egy város lakosai közül 17715-en beszélnek magyarul, 16705-en szlovákul és 11944-en németül. Közülük 215-en mindhárom nyelvet beszélnek, 405-en beszélnek magyarul és szlovákul (de németül nem!), 90-en magyarul és németül (de szlovákul nem!), 85-en pedig szlovákul és németül (de magyarul nem!). Hány lakosa van a városnak? (A városban mindenki beszél a három említett nyelv legalább egyikét.)

**Függőleges:** **a)** Ennyi óra telik el négy egymást követő év alatt. (Vigyázz, az évek egyike szökőév, tehát 366 napos!) **b)** Ennyi mező van egy  $8 \times 8$ -as sakktablán. **c)** Ha  $KAMAT = 32021$  és  $ETA = 412$ , akkor mi a MATEK megfelelője? **e)** Ennyi számjegyet használunk fel egy 574 oldalas könyv oldalainak megszámozásához. **g)** Hány perc telik el 9:15-től 11:30-ig? **i)** Írd le az 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, ... számsor következő tagját!

**2. feladat:** Vezesd le a vízszintes **a)** meghatározás megoldását!

**3. feladat:** Vezesd le a vízszintes **j)** meghatározás megoldását!

## 6. osztály

\*\*\*2. ábra\*\*\*

**1. feladat:** Fejtsd meg a keresztrejtvényt!

**Vízszintes:** **a)** A 2017 legnagyobb hatjegyű többszöröse. **f)** Hány cm vasrúdból hegeszthető össze egy 70 cm élű kocka élmodellje? **g)** Hányféleképp választható ki 6 tanulóból egy 3-tagú csapat? **h)** Egy szabályos hétszög oldalának hossza 1063 mm. Hány mm a kerülete? **j)** Bence elfelejtette barátja telefonszámát, de arra emlékszik, hogy ez egy hatjegyű palindrom szám (tehát egy olyan szám, amely balról olvasva ugyanannyi, mint jobbról olvasva), osztható 64-gyel, és a 2, 6, 7 számjegyek mindegyike pontosan kétszer fordul elő benne. Mi ez a telefonszám? **l)** Ali Baba és a ... rabló. **m)** Az 5, 7, 10, 14, 19, ... számsor következő tagja. **n)** A 24, a 70 és a 250 legkisebb közös többszöröse.

**Függőleges:** **a)** Ha  $1 \text{ m} = 3,2808 \text{ láb}$ , akkor hány láb a 30 km? **b)** Meseország első királya egy 34 arasz magasságú palotát építtetett. A második király 15 arasszal magasabbat, és minden további király újabb 15 arasszal magasabb palotát építtetett. Hány arasz volt az ötödik király palotájának magassága? **c)** Egy 2017 m oldalú négyzet alakú terület köré egy 1 m széles járdát építettek, amelyet kívülről szegélykövel raktak ki. Hány m hosszú a szegélykő-sor? **d)** Bergengóciában 500 város van. Minden várost egy egyenes út köti össze az összes többi várossal. Hány út van összesen Bergengóciában? **e)** Számítsd ki:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 - (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) =$$

**i)** Szabolcs ez év január 1-jétől minden reggel 30 centet tesz a perselybe. Hány centje lesz a perselyben június 3-án este? **k)** Egy iskola 1. évfolyamába 74 tanuló jár. Minden további évfolyamában 1-gyel magasabb a létszám, mint az előzőben. Hány tanuló jár összesen az iskolába? (Az iskola 9 évfolyamos.)

**2. feladat:** Vezesd le a vízszintes **n)** meghatározás megoldását!

**3. feladat:** Vezesd le a függőleges **d)** meghatározás megoldását!

## 7. osztály

\*\*\*3. ábra\*\*\*

**1. feladat:** Fejtsd meg a keresztrejtvényt!

**Vízszintes:** **a)** Ennyi nap telik el 32 egymást követő év alatt. **f)** A legnagyobb olyan négyzet területe, amely oldalainak mérőszáma a legnagyobb háromjegyű szám. **g)** Az 1000 hétnyolcada. **h)** A téglatest három lapjának területe  $128 \text{ cm}^2$ ,  $72 \text{ cm}^2$  és  $36 \text{ cm}^2$ . Hány  $\text{cm}^3$  a térfogata? **l)** A 24, a 99 és a 121 legkisebb közös többszöröse. **n)** Az 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, ... számsor következő két tagjának szorzata.

**Függőleges:** **a)** A teljes szög  $\frac{11}{20}$ -a fokokban. **b)** Szilvia ma 12 éves. Édesapja 3 év múlva 3-szor annyi idős

lesz, mint akkor Szilvia. Melyik évben született Szilvia édesapja? **c)** Egy háromszög oldalhosszúságainak aránya  $10 : 11 : 13$ . A két hosszabbik oldal oldalhosszúságainak összege 484080 mm. Hány mm a háromszög kerülete? **d)** ... nap alatt a Föld körül (Verne-regény címe). **e)** Egy iskola minden tanulója tanul angolul vagy németül. Angolul 495-en, németül 367-en tanulnak. Mindkét nyelvet 57-en tanulják. Hány tanuló jár ebbe az iskolába? **i)** Két tartályban összesen 1000 liter víz van. Ha az elsőből 173 liternyit átöntünk a másodikba, akkor mindkettőben ugyanannyi víz lesz. Hány liter víz van most (az átöntés előtt) az első tartályban? **j)** 5 macska 5 nap alatt 5 egeret fog. Hány egeret fog 25 macska 25 nap alatt? **k)** Egy 17-tel osztható szám. **m)** Ennyiféleképp választhatunk ki 5 tanulóból egy tanuló párt (kéttagú csapatot).

**2. feladat:** Vezesd le a vízszintes **h)** meghatározás megoldását!

**3. feladat:** Vezesd le a függőleges **c)** meghatározás megoldását!

## 8. osztály

\*\*\*4. ábra\*\*\*

**1. feladat:** Fejtsd meg a keresztrejtvényt!

**Vízszintes: a)** 1 mérföld = 1,609344 km. Hány métert tesz meg 1,5 óra alatt a 60 mérföld/óra sebességgel haladó gépkocsi? (Az eredményt kerekítsd egész méterekre!) **g)** Két darab 2-es, két darab 5-ös és két darab 7-es számjegyből képezhető legkisebb, 11-gyel osztható szám. **i)** A 2017-es évszám prímszám. Mikor volt legutoljára ilyen év? Írd le ezt az évszámot! **k)** Az  $ABC$  háromszögben  $\beta - \alpha = 15^\circ$ ,  $\beta : \alpha = 17 : 12$ . Írd le egymás mellé az  $\alpha$ ,  $\beta$  és  $\gamma'$  szögek nagyságát (ebben a sorrendben), ha a  $\gamma'$  az  $ABC$  háromszög külső szöge. **m)** Egy kocka élének mérőszáma (cm-ben) egy kétjegyű szám, egy négyzet oldalának mérőszáma (cm-ben) pedig egy háromjegyű szám. A kocka térfogatának és a négyzet területének ugyanaz a mérőszám felel meg. Mi lehet a legnagyobb ilyen szám?

**Függőleges: a)** 10 liter 40%-os alkoholhoz hozzákeverünk 40 liter 5%-os alkoholt. Hány százalékos lesz a keverék? **b)** A téglatest három lapjának területe  $42 \text{ cm}^2$ ,  $60 \text{ cm}^2$  és  $70 \text{ cm}^2$ . Hány  $\text{cm}^3$  a térfogata? **c)** Az első 9 pozitív egész szám összege. **d)** A trapéz két alapjának aránya:  $a : c = 1025 : 724$ . Az alapok hosszának különbsége:  $a - c = 1204 \text{ mm}$ . A trapéz magassága 243 mm. Hány  $\text{mm}^2$  a területe? **e)** Egy prímszám. Számjegyeinek különbsége 3. **f)** Ha egy város összes lakosa 2-esével, 5-ösével, 7-esével, 11-esével, 13-asával vagy 17-esével felsorakozna, egy ember minden esetben fennmaradna. Hány lakosa van a városnak? **h)** A derékszög másfélszerese fokokban. **i)** Folytasd a sorozatot: 1, 51, 101, 151, 201, ... **j)** Egy alkalmi munkáért Vilmos háromszor akkora bért kapott, mint Zoltán, János pedig négyszer annyit, mint Zoltán. János 23 euróval kapott többet, mint Vilmos. Hány eurót kaptak hárman együtt? **l)** Egy  $A$  városból 8 órakor elindul egy tőle 103,5 km-re levő  $B$  város felé egy teherautó 45 km/h sebességgel, és ugyanakkor  $B$ -ből  $A$  felé egy személyautó 70 km/h sebességgel. Hány km-re lesznek a  $B$  várostól, amikor találkoznak?

**2. feladat:** Vezesd le a vízszintes **k)** meghatározás megoldását!

**3. feladat:** Vezesd le a függőleges **l)** meghatározás megoldását!

## 9. osztály

\*\*\*5. ábra\*\*\*

**1. feladat:** Fejtsd meg a keresztrejtvényt!

**Vízszintes: a)** A legkisebb olyan hatjegyű szám, amely egyidejűleg négyzetszám és köbszám is. **f)** Az  $A$  és  $B$  városból elindul egymással szemben egy-egy jármű: az egyik 80 km/h, a másik 74 km/h sebességgel. A járművek pontosan 4 óra múlva találkoznak. Hány km-re van egymástól a két város? **g)** Egy konvex 24-szög belső szögeinek összege (fokokban). **i)** Római számmal így írának: CMLXXX. **j)** Folytasd a sorozatot: 2, 5, 10, 17, 26, 37, ... **k)** A bergengóc ábécé 25 betűből áll. Hányféle hárombetűs szó képezhető ezekből, ha egy szóban a betűk nem ismétlődhetnek. (Azt nem vizsgáljuk, hogy ezek a szavak értelmesek-e.) **l)** Egy iskolába feleannyi fiú jár, mint leány. A lányok száma 255-tel több, mint a fiúké. Mennyi az iskola létszáma?

**Függőleges: b)** Legutoljára ebben az évben volt az évszám osztható 27-tel. **c)** Ennyi másodperc alatt fordul el az óra nagymutatója  $66^\circ$ -kal. **d)** A tizenharmadik prímszám. **e)** Egy  $110 \text{ m} \times 55 \text{ m}$  méretű sportpályát  $25 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$  méretű, négyzet alakú gyeptéglákkal kell lefedni. Hány darab gyeptéglára lesz szükség? **g)** Az  $5545 \text{ mm}$  sugarú kör húrjának hossza  $7728 \text{ mm}$ . Hány mm-re van a húr a kör középpontjától? **h)** Az  $y = 0,04x + 50$  függvény grafikonja áthalad az  $A[x; 291]$  ponton. Mennyi az  $x$  értéke? **j)** Hány nullára végződik az  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2016 \cdot 2017$  szorzat?

**2. feladat:** Vezesd le a függőleges **g)** meghatározás megoldását!

**3. feladat:** Vezesd le a függőleges **j)** meghatározás megoldását!