Zolczer Péter

Angol tanórák kiegészítése ismeretterjesztő kisvideókkal

Hogy mely tényező játszik a legfontosabb szerepet egy tanóra sikerességében? A motiváció. A kérdés persze nem válaszolható meg ilyen egyszerűen, de a motiváció kiindulási pontnak megfelel. Ha azt látjuk a diákokon, hogy élveztek egy tanórát, és megkérdezzük tőlük, hogy miért tetszett az óra, a leggyakoribb válasz az lesz, hogy „azért tetszett, mert érdekes volt". De mit is jelent az, hogy érdekes volt? Leginkább azt, hogy az óra töltete lekötötte a diákok figyelmét. Más szóval, arra motiválta őket, hogy figyeljenek. Így érkezünk el (egészen gyorsan) a motivációhoz mint meghatározó tényezőhöz. Amikor tehát a tanár az óratervet készítve azt a kérdést teszi fel magának, hogy „Vajon hogyan tudnám motiválni a diákokat?", valójában részben azt is kérdezi magától, hogy „Vajon mi érdekelné őket annyira, hogy az hosszabb ideig lekötné a figyelmüket?". Ezekre a kérdésekre azonban konkrét és univerzális válasz nem létezik, leginkább azért, mert az a töltet, ami ma még érdekes, lehet, hogy pár hét múlva már nem lesz az. Gyakorta olvashatjuk módszertani szakkönyvekben, hogy a multimédia, különösképpen a videó, kiváló motivációs eszköz a tanórák érdekesebbé tételéhez. Ez igaz, ugyanakkor ma már hiába is próbálnánk meg levetíteni egy a 80-as években készült dokumentumfilmet, a diákok valószínűleg az első pár perc után panaszkodnának a mozgókép elavultsága miatt. Fontos, hogy itt nem feltétlenül a dokumentumfilm tartalmának elavultságáról, hanem inkább a videó minőségéről, illetve a vizuális és hangi effektusok elavultságáról van szó. Egy videó érdekességéhez tehát leginkább annak naprakészsége járul hozzá (mind tartalmi, mind cinemtográfiai szempontból).

A TED-Ed (Technology, Entertainment, Design – Education [Technológia, szórakoztatás, kivitelezés – Oktatás]) nevű weboldal kiváló forrása lehet olyan ismeretterjesztő, angol nyelvű kisvideóknak, melyek több szempontból is effektíven alkalmazhatók egy angol tanórán. A videók legnagyobb előnye hosszuk, mely átlagosan 5 perc. Ez az idő éppen elég rövid ahhoz, hogy fenntartsa a diákok figyelmét. A kisvideók további nagy előnye, hogy a modern animációs technikák legkülönbözőbb típusaival készültek, ami tovább növeli érdekességüket. Az angol nyelv oktatásának szempontjából a kisvideók további tényezők miatt is rendkívül hasznosak. Ilyen például a különböző nyelvű feliratok elérhetősége, vagy a kisvideók tartalma alapján előkészített feleletválasztós tesztek, melyek könnyedén használhatók szövegértési feladatokként. Ami a videók tartalmát illeti, válogathatunk az olyan kategóriák között, mint az egészség, művészetek, filozófia, pszichológia, tudomány és technológia, stb. A kategóriákon belül a legkülönbözőbb témákról találhatunk animációs kisvideókat, melyek gyakran egy konkrét kérdés megválaszolását tűzik ki célul, pl. *Hogyan működik a vérnyomás?*, *Mi az a kalória?*, *Honnan származnak Földünk vizei?*, *Hogyan keletkeznek a tornádók?*. A kisvideók tartalmi töltetük miatt kiválóan alkalmazhatók különböző témák bevezetéséhez, ismeretek elmélyítéséhez, hiteles nyelvi minta bemutatásához, az érdeklődés felkeltéséhez, és természetesen egy óraterv létrehozásához is. Akár egy egész óratervet, akár csak egy-egy feladatot szeretnénk előkészíteni kisvideó alapján, elsősorban azt kell megfontolnunk, hogy milyen nyelvi szinten van az osztály, ahol a videót alkalmazni szeretnénk. Amennyiben középhaladó szinten lévő osztályról van szó, érdemesebb olyan gyakorlatokat létrehozni, amelyekben a diákok csoportosan elemzik a videó(k) tartalmát. Ezen a szinten a teljes megértéshez szükséges a videó többszöri megnézése, időnkénti leállítása, illetve felirat használata, ezért számolni kell azzal, hogy a feladatok időigényesek lesznek. A tartalmi elemzésen kívül a videók ezen a szinten (is) könnyedén alkalmazhatók különböző nyelvi szerkezetek szemléltetésére és begyakoroltatására. Olyan feladatokat is létrehozhatunk, melyekben a diákoknak meg kell tudni magyarázni, hogy egy adott nyelvi szerkezetet miért éppen abban a formában alkalmazzuk, amelyben az megjelenik a videó kontextusában. A haladóbb osztályoknál viszont érdemesebb a videókat párbeszédek kiindulópontjaként, illetve a videókhoz tartozó teszteket szövegértési feladatként használni. A kisvideók mindamellett, hogy fejlesztik az angolnyelv-tudást, hasznos ismereteket is átadnak, melyeket a diákok az angol tanórákon kívül is kamatoztathatnak.

Honlap: http://ed.ted.com/

Matematikaversenyeken a tanulók gyakran találkozhatnak az éppen aktuális évszám matematikai tulajdonságaival. Néhány hónap múlva 2016-ot írunk; vizsgáljuk meg számelméleti szemüvegen át ezt az évszámot!

Bontsuk a 2016-ot prímtényezői szorzatára: $2016 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$. Az első érdekesség az, hogy csupa egyjegyű prímtényezője van. Érdekes lenne utánanézni, hogy utoljára mikor írtunk olyan évszámot, amelyben csupa egyjegyű prímtényező volt. Az 1728 és az 1792 biztosan ilyen volt, de volt-e azóta máskor is ilyen évszám?

Matematikaversenyre készülve érdekes szakköri feladat lehet megkeresni a 2016 összes osztóját. Mivel ez egy elég nagy szám (36), elég nagy a tévedés lehetősége. Két legyet is üthetünk egy csapásra: néhány tévedés és újrakezdés után a tanulók maguktól rájönnek, hogy érdemes valamilyen rendszer alapján keresni az osztókat. A másik: elárulhatjuk, hogy létezik egy algoritmus (képlet), amely segítségével a prímtényezős felbontás alapján viszonylag egyszerűen kiszámíthatjuk az osztók számát.

Mi lehet a rendszer, amely segíthet az összes osztó megtalálásában? Például a következő: először írjuk fel az összes „egytényezős" szorzatot (1, 2, 3, 7), majd folytassuk a kéttényezősökkel ($2 \cdot 2$, $2 \cdot 3$, $2 \cdot 7$, $3 \cdot 3$, $3 \cdot 7$) stb. Természetesen így is előfordulhat, hogy valami kimarad. De a következő lépésben kiszámítjuk ezeket a szorzatokat, majd a szorzatokat növekvő sorrendbe írjuk. És ekkor állhatunk elő egy következő fogalommal, amely a tananyagban ugyan nem lelhető fel, de nagyon hasznos lehet a versenyfeladatok megoldása során: elárulhatjuk, hogy az első és utolsó osztó szorzata ugyanannyi, mint a második és az utolsó előtti osztó szorzata, és ez ugyanannyi, mint a harmadik és a hátulról harmadik osztó szorzata stb., és ez a szorzat nem más, mint az a szám, amelynek az osztóit kerestük. A 2016 esetén ezeket az osztópárokat kapjuk: $1 \cdot 2016$, $2 \cdot 1008$, $3 \cdot 672$,

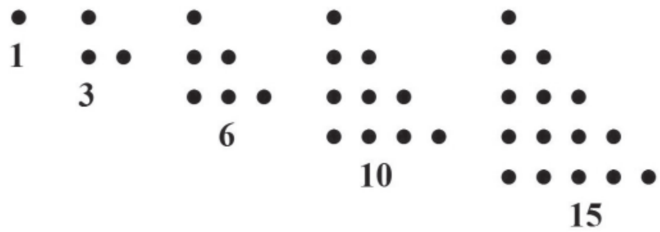
Horváth Géza

2016 – egy évszám matematikai érdekességei

$4 \cdot 504$, $6 \cdot 336$, ... $36 \cdot 56$ és $42 \cdot 48$. Ha valahol a két szám szorzata nem 2016, ott nem beszélhetünk osztópárról, tehát ott a felsorolás során kifelejtettünk egy számot. (Kevésbé vagyunk szerencsések, ha az osztópár mindkét tagja kimarad a felsorolásból; akkor ezzel a módszerrel nem vesszük észre, hogy valami hiányzik.) Ezt a módszert használva a tanulók hamar belátják, hogy egy számnak csak akkor lehet páratlan számú osztója, ha a szám négyzetszám. Pl. a 36 osztóit felsorolva a középen álló 6-os pár nélkül marad, de ezt a számot önmagával megszorozva ugyanúgy megkapjuk a kiinduló számot, mint a többi osztópár szorzatából. Tehát helyesebb, ha úgy fogalmazunk, hogy ebben az esetben a 6 önmagának párja.

Sokszor hallottam már, hogy a prímtényezős felbontás alapján csak a kilencedikesek tudják meghatározni az osztók számát, mert az alacsonyabb évfolyamok még nem ismerik a hatvány fogalmát. Valóban könnyebb a hatvány fogalmát felhasználva kiszámítani az osztók számát. $2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7^1$. Az osztók számát úgy kapjuk meg, ha a kitevők 1-gyel megnövelt értékeit összeszorozzuk: $(5 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 6 \cdot 3 \cdot 2 = 36$. De a $2016 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ alakból is kiindulhatunk, csak úgy kell fogalmaznunk, hogy az egyes prímtényezők darabszámát kell 1-gyel megnövelnünk, és az így kapott számokat kell összeszoroznunk. A tanulók ez alapján is képesek belátni, hogy a négyzetszámoknak páratlan számú osztójuk van. Ugyanis: ha egy szám négyzetszám, akkor minden prímtényezője páros sokszor fordul elő (ezt hatványalakba írva minden kitevő páros lesz), és ezeket a számokat 1-gyel megnövelve csupa páratlan számot kapunk, és akárhány páratlan szám szorzata mindig páratlan.

A 2016 igazi érdekessége az, hogy ez egy **háromszögszám**. Egy újabb fogalom, amely nem tárgya az alapiskolás tananyagnak, de egy ötödikes is könnyen elsajátíthatja. Akár úgy, hogy megkérjük, folytassa a sorozatot: 1, 3, 6, 10, 15... Az alábbi ábrával még szemléletesebbé tehetjük a számsort:



Az ábra alapján az is kiderül, hogy miért is hívjuk ezeket a számokat háromszögszámoknak. A legegyszerűbb tulajdonságokat a gyerekek maguk szokták fölfedezni:

$1 = 1$, $3 = 1 + 2$, $6 = 1 + 2 + 3$, $10 = 1 + 2 + 3 + 4$, $15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$, ...

Ha elmeséljük, hogy miképp ejtette csodálatba a kis Gauss a matematikatanárát, amikor néhány perc alatt összeadta az első 100 számot, és megértik: az első n szám összegét úgy lehet leggyorsabban kiszámítani, hogy az n-et megszorozzuk egy olyan számmal, amely 1-gyel nagyobb, mint az n, és ezt a szorzatot elosztjuk 2-vel, akkor már azt is elárultuk, hogy hogyan is írható fel az n-edik háromszögszám. A tanulók figyelmét arra is felhívhatjuk, hogy egy szám prímtényezős felbontása alapján „jó szemmel” felfedezhető, hogy háromszögszámról van-e szó. Pl.: $10 = 2 \cdot 5 = (2 \cdot 2 \cdot 5) : 2 = (4 \cdot 5) : 2$, vagy $15 = 3 \cdot 5 = (3 \cdot 2 \cdot 5) : 2 = (5 \cdot 6) : 2$. A lényeg az, hogy a zárójelben egymást követő természetes számokat kapjunk. A 2016-nak elég sok prímtényezője van ahhoz, hogy nehezebben fedezzük fel háromszögszám-voltát. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 32 \cdot 63 = (32 \cdot 2 \cdot 63) : 2 = (64 \cdot 63) : 2$, vagy még érthetőbben: $(63 \cdot 64) : 2$. Ez azt jelenti, hogy a 2016 sorrendben a 63. háromszögszám,vagy – a Gauss-féle összeadás nyelvére fordítva – az első 63 természetes szám összege 2016. Mikor volt legutóbb, és mikor lesz legközelebb ilyen évszám? A válasz egyszerű: legutóbb a 62. háromszögszám évében, tehát $(62 \cdot 63) : 2 = 1953$-ban volt az évszám háromszögszám, legközelebb a 64. háromszögszám évében következik ez be, tehát $(64 \cdot 65) : 2 = 2080$-ban.

Kisebbekkel és nagyobbakkal egyaránt fölfedeztethetjük, hogy két egymást követő háromszögszám összege mindig négyzetszám. (Ehhez legegyszerűbb a szemléltetés. Például babszemekkel. Két szomszédos háromszögszám babszemeiből mindig kirakható egy négyzet.) A nagyobbaktól elvárhatjuk, hogy ezt algebrai úton be is bizonyítsák. Ehhez – persze – tudniuk kell, hogy az n-edik háromszögszám algebrai alakja: $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$.

$$\frac{n \cdot (n+1)}{2} + \frac{(n+1) \cdot (n+2)}{2} = \frac{(n+1)(n+n+2)}{2} = \frac{(n+1) \cdot (2n+2)}{2} =$$
$$= \frac{(n+1) \cdot 2 \cdot (n+1)}{2} = (n+1)^2$$

A versenyfeladatokban a 2016 kapcsán még bizonyára sok izgalmas problémával találkozhatunk. (Pl.: Melyik az a legkisebb négyzetszám, amely osztható 2016-tal? Melyik a legkisebb olyan köbszám, amely osztható 2016-tal? Legalább hány egymást követő természetes számot kell ahhoz összeadnunk, hogy összegük 2016 legyen? Lesz-e még a XXI. században olyan évszám, amelynek 36 vagy 36-nál több osztója van?) Biztos vagyok benne, hogy a legkreatívabb tanulók maguk is megfogalmaznak majd egy-két olyan problémát, amely a 2016 tulajdonságaiból indul ki.