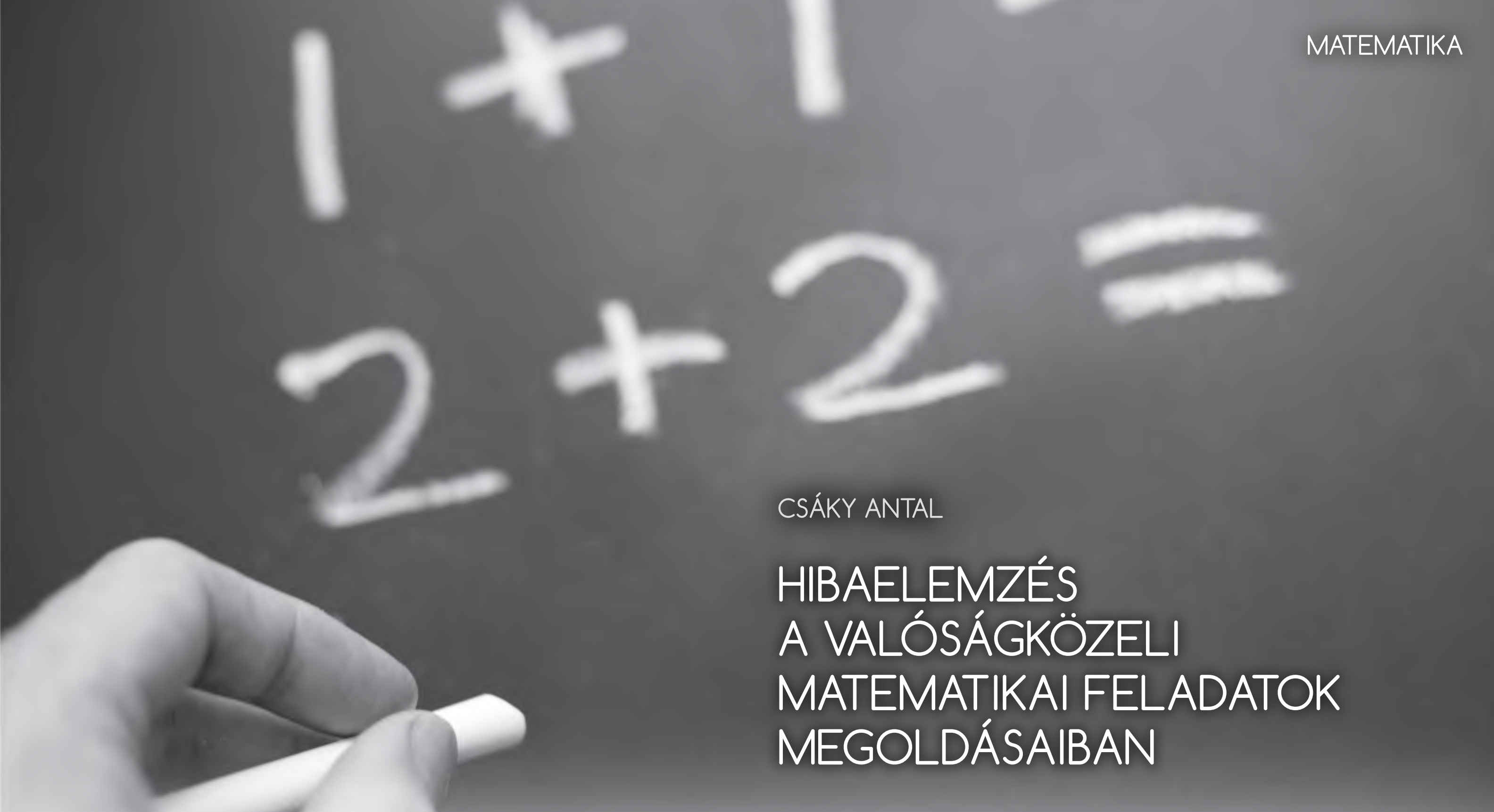


CSÁKY ANTAL

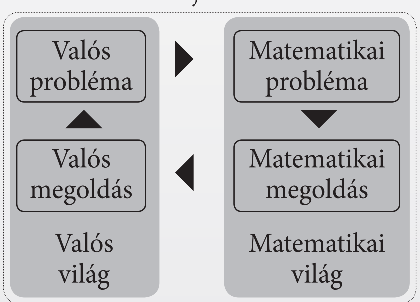
HIBAELEMZÉS A VALÓSÁGKÖZELI MATEMATIKAI FELADATOK MEGOLDÁSAIBAN

Manapság már senki sem csodálkozik el azon, ha valaki a matematika mindennapi életben való alkalmazásának igényét tartja fontosnak. Ez teljesen jogos elvárása társadalmunknak, és magának a matematikaoktatásnak is a legfőbb célja, hogy a diákok a mindennapi életben alkalmazható matematikai képességekre tegyenek szert. Az iskolákból kikerülő végzős diákok matematikai tudásának megfelelő felhasználásában viszont gyakran látnak hiányosságot már a munkáltatók is, ami sajnos nem vet jó fényt a matematikaoktatásra. Tankönyveink és a nemzetközi felmérések is abba az irányba mutatnak, hogy a matematikaórán több valóságközeli feladatot, problémát kellene oldani a diákoknak, hogy arra (is) tanítsuk meg őket, amire valóban szükségük lesz. Természetesen valamennyi tanár tudja, hogy a gyakran időigényes, kontextuson alapuló valóságközeli feladatok mellett nem szabad elhanyagolni a gyakorló feladatokat és algoritmusok begyakorlását sem, amivel általánosan fejlesztjük többek között a logikus gondolkodásukat; hasonlóan időt kell szánnunk a tehetséges diákjaink felkészítésére is. Ebben a cikkben nem egy konkrét megoldásról szeretnék írni, amivel tökéletesen felkészíthetjük diákjainkat a nagybetűs élet hétköznapi matematikai problémáinak megoldására, hanem egy olyan szempontra szeretném tanárkollégáink figyelmét irányítani, amivel jobban beleláthatunk a valóságközeli, PISA-típusú feladatok megoldásainak fázisaiba.

A PISA-felmérések sok szempontból vizsgálják diákjaink felkészülését a mindennapi életre, és eredményeikkel egy komplex képet próbálnak megfesteni diákjaink oktatásáról. A PISA matematikai feladatainál, problémáinál érdemes megfigyelni azt az öt fázist, amit matematizálásnak nevez:

1. A probléma megértése a valós szituációban.
2. A konkrét probléma megalkotása matematikai fogalmak segítségével. A valós matematika felfedezése.
3. A konkrét probléma átvitele matematikai problémává, mely leírja a szituációt.
4. A matematikai probléma megoldása.
5. A matematikai eredmény kiértékelése a valós szituáció szemszögéből.

Ez az öt fázis leírja, hogy milyen úton kell haladni egy valóságközeli probléma megoldásához. Természetesen különböző problémáknál különböző fázisok okozhatják a megoldás nehézségét. Ezeket a fázisokat ha összevetjük egy általánosan elismert hibaelemzési modellel, melyet Anne Newman nevéhez köthetünk, akkor speciális, valóságközeli feladatok megoldására alkalmazható hibakategóriákat kaphatunk, amit felhasználhatunk a diákjaink új szemszögű értékelésére. M. Anne Newman ausztrál nyelvtanár a hetvenes években kifejlesztett egy hibaelemzési modellt, amivel elemezni lehetett a szöveges matematikai feladatok megoldásait. Newman 5 hibakategóriát különböztetett meg: olvasási hiba, megértési hiba, átalakítási hiba, a készségek helytelen alkalmazása és kódolási hiba. A PISA matematizálásának fázisait és a Newman hibakategóriák összevetését egészítsük ki egy harmadik modellel is, ami szintén a valós szituációk matematikai elemzésével foglalkozik. Közismert a matematikai tanárok között a matematikai modellezés. „A modell egy elméleti séma általános matematikai formában, melynek tanulmányozása megkönnyíti az adott jelenség, szituáció megértését és vizsgálatát." (Ambrus Gabriella) A modellezési feladatok lényegében olyan feladatok, melyek azt várják el a diákoktól, hogy matematikai modelleket hozzanak létre, majd ezek segítségével oldják meg a feladatot, ezután a kapott megoldást képesek legyenek értékelni és összevetni a valósággal. Tulajdonképpen ezt nevezzük a modellezés folyamatának. A modellezés folyamatát az alábbi ismert módon ábrázolhatjuk vázlatosan:



A valóságközeli, kontextuson alapuló matematikai feladatok megoldásaiban elkövetett hibakategóriák megalkotásá-

Newman hibakategóriák	Valóságközeli matematikai feladatok megoldásának fázisaival	
	Modellalkotási folyamat (Blum & Leiss)	**A matematizálás fázisai (PISA)**
Olvasás: hiba az egyszerű szavak megértésében	---	---
Megértés: hiba a probléma lényegének megértésében	A szituációs modell megalkotása a probléma megértésének köszönhetően	A probléma megértése a valós szituációban
------	Valós modell kialakítása a szituációs modell egyszerűsítésével	------
------	------	A konkrét probléma megalkotása matematikai fogalmak segítségével. A valós matematika felfedezése.
Átalakítás: hiba a probléma matematikai problémává való átalakításában	Matematikai modell megalkotása, a valós modell matematizálása.	A konkrét probléma átvitele matematikai problémává, mely leírja a szituációt.
Készségek alkalmazása: hiba matematikai számítások lépéseiben	A „tiszta" matematikai probléma megoldása.	A matematikai probléma megoldása.
Kódolás: hiba a matematikai megoldás eredményének közlésében	A matematikai megoldás összekötése az eredeti problémával. A matematikai eredmény ellenőrzése a kontextusra nézve.	A matematikai eredmény kiértékelése a valós szituáció szemszögéből.
-----	Az eredmény közlése a valós szituációban.	-----

1. táblázat

Hibakategóriák	Altípusok	Magyarázat
Szövegértés	A – Kulcsszó félreértése	A tanuló félreértette a kulcsszót, ami legtöbbször egy matematikai kifejezés volt.
	B – Hiba az információk kiválasztásában	A tanuló nem tudta elkülöníteni a lényeges és kevésbé lényeges információkat.
Átalakítás	C – Eljárási tendencia	A tanuló automatikusan egy matematikai műveletet hajtott végre anélkül, hogy elemezte volna a művelet szükségességét.
	D – Szövegre fordított túlzott figyelem	A tanuló matematikai szemszögből nem vizsgálta meg a problémát, de válaszolt a valóságközeli problémában felmerült kérdésre.
	E – Helytelen matematikai művelet/értelmezés	A tanuló olyan matematikai elemzést/műveleteket hajtott végre, melyek lényegtelenek a feladat megoldásában és rossz eredményhez vezetnek.
	F – Grafikon képként való kezelése	A tanuló csak a grafikon alakjára figyelt, nem tulajdonított figyelmet annak tulajdonságaira.
Matematikai feldolgozás	G – Algebrai hiba	Hiba a függvény vagy az algebrai kifejezés megoldásában / elkészítésében.
	H – Aritmetikai hiba	Hiba a számításban.
	I – Grafikon matematikailag helytelen értelmezése	A tanuló az intervallum helyett helytelenül csak egy adott pontra összpontosított.
	J – Skála helytelen használata	A tanuló helytelenül állapította meg a skálán felvett pontok értékeit.
	K –Mérési hiba	A tanuló nem egységes mennyiségekkel dolgozott, nem végezte el az átváltást.
	L – Befejezetlen válasz	A tanuló jó matematikai felépítéssel és helyesen számolt, de nem fejezte be a feladatot.
Kódolás	M	A tanuló nem tudta helyesen kiértékelni az eredményeit és helyes választ adni az eredeti valóságközeli problémára.

2. táblázat

ra ezt a 3 modellt vethetjük össze. Az 1. táblázatban jól láthatjuk, hogy a 3 modell hol találkozik és hol tér el egymástól.
Ennek az összevetésnek következménye lehet a konkrét hibakategóriák kialakítása, ahol 13 elkülöníthető hibát határozhatunk meg. Ezeket a hibákat az ábécé betűivel jelölhetjük (A-M). (2. táblázat)

A hibák elemzéséből gyakran leszűrhető, hogy a diáknak hol vannak a legnagyobb hiányosságai, bizonyos esetben kimutatható, hogy egy gyengének értékelt diák nem számolási problémával vagy algoritmikus gondolkodással küzd, hanem egyszerű szövegértési problémái vannak. A hibaelemzést felfoghatjuk akár egy alternatív értékelésként. Gondoljunk csak arra, hogy egy szöveges valóságközeli probléma megoldásakor hogyan pontozunk, mikor és mire adunk pontot. Hasonlóképpen bizonyos kategóriák szerint besorolhatjuk diákjainkat az elkövetett hibájuk alapján is.

Ha a diákjaink valóságközeli feladataik megoldásait szeretnénk értékelni hibaelemzés segítségével, akkor a következő szempontokat kell figyelembe venni. A tanár a hibaelemzést csak a helytelen megoldott feladatokon tudja elvégezni. A nem megoldott, illetve a jól megoldott feladatokat nyilván nem fogjuk vizsgálni. Ha a feladat zárt volt, előre megadott válaszokat tartalmazott, akkor szintén nem tudjuk elvégezni a hibaelemzést. Fontos, hogy a diák logikai menetét végig tudjuk követni a megoldásban. Mivel gyakran előfordul, hogy a diákok több típusú hibát is elkövetnek, az első elkövetett hibát tanácsos feljegyezni. Bizonyos, összetettebb kutatásokban érdemes akár az összes típusú hibát is feljegyezni. Ha sikerült megtalálni a megfelelő hibakódot a feladatok megoldásaiban, egy képet kaphatunk arról, hogy hol vannak nehézségei a diákoknak, mire kell nagyobb hangsúlyt fektetnünk még, milyen típusú feladatokat kell bevinni az órára. Minden bizonnyal a leggyakoribb hibatípust a szövegértésnél fogjuk találni, amire többek között a PISA is rámutatott, hisz közismert tény, hogy tanulóinknak óriási szövegértési problémáik vannak.

Szlovákiában egy 454 kilencedik osztályos – szlovák és magyar – tanulón végzett kísérlet segítségével sikerült rámutatni, hogy azok a diákok, akik a tanév folyamán gyakrabban oldanak valóságközeli feladatot, a PISA-típusú felmérésekben sokkal jobban teljesítenek szövegértés, átalakítás és kódolás terén. A matematikai feldolgozásban elkövetett hibák egyformán jellemzők voltak mind a gyakorlott valóságközeli problémát megoldók között, mind a kevésbé gyakorlott valóságközeli feladatok megoldói között. Mondhatnánk, hogy ez egy természetes következménye a gyakorlottabb valóságközeli problémát megoldóknak, hiszen a valóságközeli feladatok gyakorlásával pontosan ezt a 3 hibakategóriát tudjuk elkerülni.

Természetesen nem szeretném arra buzdítani kedves kollégáinkat, hogy mindent félretéve próbáljanak csak valóságközeli problémákkal tanítani, hisz ez nem reális kérés, de mindenképp buzdítanám őket, hogy bátran egészítsék ki az órákat valóságközeli feladatokkal, problémákkal, amik már nagy számban elérhetők feladatgyűjteményekben és internetes oldalakon is. A következő gyűjteményeket ajánlom az olvasók figyelmébe:

- magyar nyelven: Ambrus Gabriella – *Valóságközeli matematika,* Ambrus Gabriella: *Titanic a Balatonon*
- szlovák nyelven: Jozef Fulier a kol.: *Matematika. Zvyšovanie kľúčových matematických kompetencií žiakov základných škôl. Zbierka problémových úloh bežného života;* Zdeněk Kubáček a kol.: *Matematika a svet okolo nás, zbierka úloh*
- Angolul a következő gyűjtőoldal: http://www.educationworld.com/a_curr/mathchat/mathchat019.shtml

FELHASZNÁLT IRODALOM:

- WIJAYA, A. et al. 2014. Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students´ errors. In *The Mathematics Enthusiast.* ISSN: 1551-3440, 2014, vol. 11, no. 3, p. 555-584
- NEWMAN, M. A. 1977. An analysis of sixth-grade pupils´ errors on written mathematical tasks. In *Victorian Institute for Educational Research Bulletin.* ISSN: 0049-6154, 1977, vol. 39, p. 31-43.
- BLUM, W. – LEISS, D. 2007. How do students and teachers deal with modeling problems? In *Mathematical Modeling: Education, Engineering and Economics ICTMA-12.* Chichester: Horwood Publishing, 2007. ISBN- 978-1-904275-20-6, p. 222-231.
- MAASS, K. 2010. Classification scheme for modelling tasks. In *Journal für Mathematik-Didaktik.* ISSN: 1869-2699, 2010 vol. 31, no. 2, p. 285-311.
- AMBRUS, G. 2007. Valóságközeli problémák, hétköznapi matematika. In *Tanári Kincsestár – Matematika, 2007/marec.* Budapest : RAABE Tanácsadó és Kiadó Kft, 2007. 1-32p. ISSN 963-86123-9-8.

Edgar Degas: Balettpróba, olaj, 1874, Metropolitan Museum of Art, New York

HLAVATY KITTI

KLASSZIKUS FESTMÉNYEK NEM KLASSZIKUS SZEREPBEN

A művészet a készségfejlesztés hatékony katalizátora tud lenni, ami segít megérteni a bennünket foglalkoztató kérdések széles skáláját is. Nem véletlen, hogy az alkotás elsődleges célján, azaz a műfaj technikai elsajátításán túl az ágazatban jártas szakemberek egyre gyakrabban fogalmazzák meg az alkotás további előnyeit is, a képzőművészet készség- és személyiségfejlesztő hatásait. Ez az írás egy olyan módszert kíván bemutatni, ami a művészet ezen attitűdjére épül, ráadásul nem túl szokványos környezetben.

Jó néhány készség az alkotómunka során csiszolódik. Az emlékezet, a kreativitás, a kitartás fejlesztésére minden alkotási folyamat jó hatással van, korosztálytól függetlenül. Ezt gyakorolni iskolai foglalkozások alkalmával is lehet, de az iskolán kívüli kreatív foglalkozások ugyanúgy lehetőséget nyújtanak alkotás közbeni készségfejlesztésre.

Bizonyos foglakozásokon viszont a művészeti alkotások indirekt vannak jelen, és egy-egy festmény mint eszköz kerül a fejlesztési folyamatba. Számtalan lehetőség rejlik abban, hogy iskolákkal múzeumok működjenek együtt, mint ahogy arra több hazai és külföldi példa is megfigyelhető. A galériák egyrészt saját kulturális intézményüket népszerűsíthetik, másrészt gyűjteményükkel mankót tudnak nyújtani azoknak a pedagógusoknak, akik elkötelezettek abban, hogy diákjaik művészeti ismereteivel és készségeivel törődjenek.

Az alábbi példa bár egy az amerikai felsőoktatásban elterjedt módszert mutat be, inspirációként szolgálhat mindenki számára, aki a művészet lehetőségeivel nemcsak rajz- és művészettörténet-órákon szeretne élni, hanem ezek határait átlépve más területen is használná.

Tizenhat évvel ezelőtt Linda Friedlaender, a Yale Center for British Art oktatási kurátora és Irwin Braverman, a Yale Egyetem fogorvosoktatója együttműködéséből egy remek program született. A program azon az ötleten alapul, miszerint az elsőéves orvostanhallgatók