

Felkészítő feladatok a matematikai tesztelésre – III. rész

RNDr. Horváth Géza

Nyugalmazott pedagógus, a Katedra Matematikaverseny szervezője; lakhely: Zselíz, e-mail: horvath.geza@slovanet.sk

Ebben a számban a háromszögek nevezetes vonalaival foglalkozunk. Tanórán ritkán jut idő a számos tulajdonság összefoglalására. Az alábbi táblázat némi segítséget jelenthet az ismeretek rendszerezésére.

| A vonal megnevezése | Áthalad-e a csúcsponton? | Merőleges-e az oldalra? | Felezi-e az oldalt? | Felezi-e a belső szöveget? | A 3 vonal metszéspontja | Megjegyzés |
|-----------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------|----------------------------|----------------------------|------------------------|
| oldalfelező merőleges | nem | igen | igen | nem | a körülírt kör középpontja | |
| szögfelező | igen | nem | nem | igen | a beírt kör középpontja | |
| súlyvonal | igen | nem | igen | nem | súlypont | |
| magasságvonal | igen | igen | nem | nem | magasságpont | |
| középvonal | nem | nem | igen (2x) | nem | nincs | párhuzamos az oldallal |

Megjegyzés: A fenti táblázatban a „nem” helyett azt írhattuk volna, hogy „általában nem”. Hiszen a különleges (egyenlő szárú, szabályos, derékszögű) háromszögek esetében olykor „igen” lenne a helyes válasz.

További fontos tulajdonságok:

- 1) A hegyesszögű háromszög körülírt körének középpontja a háromszögön belül, a derékszögűé az átfogón (Thalész-kör), a tompaszögűé a háromszögön kívül helyezkedik el.
- 2) A beírt kör középpontja mindig a körön belül található.
- 3) A súlypont mindig a körön belül fekszik.
- 4) A súlypont a súlyvonalat 1 : 2 arányban osztja két részre. (A súlypont a súlyvonal oldalhoz közelebbi harmadolópontja.)
- 5) A súlyvonal a háromszöget két egyenlő területű, de (általában) nem egybevágó háromszögre osztja.
- 6) A háromszög három súlyvonala a háromszöget 6 egyenlő területű, de (általában) nem egybevágó háromszögre bontja.
- 7) A hegyesszögű háromszög magasságpontja a háromszögön belül, a derékszögűé a derékszög csúcsában, a hegyesszögűé a háromszögön kívül helyezkedik el.
- 8) A középvonal két oldal középpontját köti össze, párhuzamos az egyik oldallal, és feleakkora, mint a vele párhuzamos oldal.
- 9) A háromszög három középvonala a háromszöget 4 egybevágó háromszögre darabolja fel. A háromszög súlyvonala a középvonalakból alkotott háromszögnek is középvonala.

Az a oldalhoz (α szöghöz) tartozó nevezetes vonalak, pontok jelölése:

| a vonal, pont megnevezése | jelölése | |
|---------------------------|----------|-----------|
| | magyarul | szlovákul |
| oldalfelező merőleges | t_a | o_a |
| a kör középpontja | O | S |
| szögfelező | t_a | o_a |
| súlyvonal | s_a | t_a |
| súlypont | S | T |
| magasságvonal | m_a | v_a |
| magasságpont | M | V |
| középvonal | k | s |

Megjegyzés: A középvonalat általában az oldalközéppontokkal határozzuk meg (pl. $B'C'$), mivel a k betű kerületet és hasonlósági arányt is jelenthet.

Feladatok:

Az alábbi első 5 feladatban a felkészítő pedagógus választhat alkalmas adatokat.

1. Szerkeszd meg az ABC háromszöget, ha adott: $a, s_a, s_b!$ (Oldd meg számítással és tisztán grafikus módszerekkel is!)
2. Szerkeszd meg a DEF háromszöget, ha adott: $d, e, m_a!$
3. Szerkeszd meg a KLM háromszöget, ha adott: $l, s_p, m_l!$ ($s_l > m_l$)
- 4.* Szerkeszd meg a PQR háromszöget, ha adott: $s_p, s_q, s_r!$
5. Szerkeszd meg az XYZ háromszöget, ha adott: $z, s_x, m_x!$ ($s_x > m_x$)
6. Mérd meg az 1. feladatban megszerkesztett háromszög szükséges adatait, és számítsd ki többféleképpen a területét! Hasonlítsd össze a kapott területértékeket!
7. Add meg a 2. feladat háromszögének adatait úgy, hogy a területe 12 cm^2 legyen!

■ 8.* Szerkeszd egy olyan 15 cm kerületű BCD háromszöget, amelyben a cm -ben adott oldalhosszúságok mérőszámai különböző természetes számok! Hány ilyen tulajdonságú, mégis különböző alakú háromszög létezik?

■ 9.** Léteznek-e olyan derékszögű háromszögek, amelyek mindhárom (cm -ben kifejezett) oldalhosszúságának mérőszáma természetes szám? (Szerezz információkat a pitagoraszai számhármásokról!)

■ 10.** Előfordulhat-e, hogy egy szabályos háromszög területének mérőszáma természetes szám? (Segítség: Fejzd ki algebrailag Pitagorasz tétele segítségével a háromszög oldalából a magasságot!)

■ 11. Egy háromszög egyik súlyvonala egybeesik az egyik magasságvonallal. Mit mondhatunk erről a háromszögről?

■ 12. Az EFG háromszög oldalainak hossza rendre 8 cm , 9 cm , 11 cm . Az EFG -hez hasonló $E'F'G'$ háromszög kerülete 70 cm . Mekkora az $E'F'G'$ háromszög oldalai?