A KATEDRA-VERSENYEK
FŐ SZERVEZŐJE
a Katedra folyóirat

KATEDRA-VERSENY

A Katedra-versenyek az oktatási minisztérium által akkreditált és támogatott versenyek.
További, a versennyel kapcsolatos információk: **www.katedra.sk, katedra.szerkesztoseg@gmail.com**

KATEDRA MATEMATIKAVERSENY

ROVATVEZETŐ: RNDr. HORVÁTH GÉZA, horvath.geza@slovanet.sk

AZ 1. FORDULÓ FELADATAINAK MEGOLDÁSAI HORVÁTH GÉZA (ZSELÍZ) [H. G.] ÉS PÓCSIK BÉLA, NYITRACSEHI [P. B.] FELADATAI

V–VI. OSZTÁLY

I–5–1. feladat:
Az (1 × 1)-es négyzetekből 28 darab, a (2 × 2)-esekből 15 darab, a (3 × 3)-asokból 6 darab, a (4 × 4)-esből 1 darab látható az ábrán. Ez összesen **50 darab** négyzet. [H. G.]

I–56–2. feladat:
Mivel három különböző számjegy összegének átlépési maradéka az előző oszlopból származó átlépési maradékkal együtt sem lehet több 1-nél, ezért **A = 1**. Ugyanakkor B ≠ 0, C ≠ 0, és A = 1 miatt B ≠ 1 és C ≠ 1.

$$\begin{array}{cccc} & \mathbf{1} & \mathbf{B} & \mathbf{1} \\ & \mathbf{B} & \mathbf{1} & \mathbf{B} \\ & \mathbf{C} & \mathbf{C} & \mathbf{C} \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{D} \end{array}$$

Mivel az egyesek oszlopában az 1 + B + C összeg D-re, a tízesek és a százasok oszlopában ugyanez az összeg pedig 1-re végződik, ezért már az egyesek oszlopából is van átlépési maradék, de ez csak 1 lehet. Ezért a D értéke 1-gyel kisebb, mint 1, tehát **D = 0**. Tehát

$$1 + B + C = 10,$$

vagyis B + C = 9. Foglaljuk táblázatba a lehetséges értékeket!

B	2	3	4	5	6	7
C	7	6	5	4	3	2

A feladatnak tehát hat megoldása van:

121 + 212 + 777 = 1110
131 + 313 + 666 = 1110
141 + 414 + 555 = 1110
151 + 515 + 444 = 1110
161 + 616 + 333 = 1110
171 + 717 + 222 = 1110 [H. G.]

I–56–3. feladat:
$|DE| = |BE| - |BD| = 80 - 45 = 35$ km
$|AE| = |AB| + |BD| + |DE| = 60 + 45 + 35 =$ **140 km**
$|BC| = |AC| - |AB| = 80 - 60 = 20$ km
$|CE| = |BE| - |BC| = 80 - 20 =$ **60 km** [H. G.]

I–6–4. feladat:
Induljunk ki a második részszorzatból: ABC · A = **A. Az A értéke nem lehet 1, mert akkor a C is 1 lenne. Ugyanakkor az A nem lehet nagyobb 3-nál, mert akkor ez a részszorzat már négyjegyű volna. Tehát az A értéke csak 2 vagy 3 lehet.

Ha A = 3 lenne, akkor a második részszorzat csak abban az esetben végződhetne 3-ra, ha a C értéke 1 lenne. De C ≠ 1, mert a harmadik részszorzat négyjegyű szám. Tehát **A = 2**. A 2 · ABC részszorzat csak akkor végződhet 2-re, ha **C = 6**.

Vizsgáljuk meg a harmadik részszorzatot! A 2B6 · B részszorzat négyjegyű, ezért B > 4. B nem lehet 5, mert akkor a harmadik részszorzatban a B értéke 0 lenne. 6 sem lehet, mert ez a számjegy már foglalt. 7 sem lehet, mert akkor a harmadik részszorzat 2-re végződne, pedig ebben az esetben 7-re kellene végződnie. A B értéke 9 sem lehet, mert akkor a harmadik részszorzatnak 4-re kellene végződnie, nem pedig 9-re. A feladatnak egyetlen megoldása van, ha **B = 8**. A megoldás tehát: **A = 2, B = 8, C = 6**. A szorzás pedig [P. B.]:

$$\begin{array}{r} 286 \\ \cdot\quad 826 \\ \hline 1716 \\ 572 \\ 2288 \\ \hline 236236 \end{array}$$

VII–VIII–IX. OSZTÁLY

I–7–1. feladat:
A „nyíl szabály” értelmében 11A · A = ABA · 1, vagyis 11A · A = ABA.
Ha a 11A · A szorzat A-ra végződik, akkor az A értéke csak 5 vagy 6 lehet.
a) Ha **A = 5**, akkor 115 · 5 = 575, tehát **B = 7**.
b) Ha **A = 6**, akkor 116 · 6 = 696, tehát **B = 9**.
A feladatnak tehát két megoldása van:

$$\frac{115}{575} = \frac{1}{5}$$

és

$$\frac{116}{696} = \frac{1}{6}$$

[H. G.]

I–78–2. feladat:

A feladat feltételei értelmében $d = 2c$, $b = d - 2 = 2c - 2$. A d a háromszög leghosszabb oldala. Egy háromszög akkor szerkeszthető meg, ha két rövidebb oldalának összege nagyobb, mint a harmadik oldal, tehát:

$$c + (2c - 2) > 2c$$
$$c > 2$$

A háromszög kerülete $(2c - 2) + c + 2c = 5c - 2$. Mivel $5c - 2 < 100$, ezért a c oldal hossza legfeljebb 20 cm, a d oldal hossza legfeljebb 40 cm lehet. Mivel c természetes szám, és a kerület $5c - 2$, ezért a kerület mérőszáma egy 3-ra vagy 8-ra végződő szám. Elegendő tehát megkeresni azokat az $5 \cdot 3 - 2 =$ 13-nál nagyobb és 100-nál kisebb számokat, amelyek 3-ra vagy 8-ra végződnek, és oszthatók 3-mal, majd ezekből visszavezetni az oldalak hosszúságainak mérőszámait:

k	18	33	48	63	78	93
$c = (k + 2) / 5$	4	7	10	13	16	19
$d = 2c$	8	14	20	26	32	38
$b = 2c - 2$	6	12	18	24	30	36

A feladatnak 6 megoldása van: [b; c; d] = [6; 4; 8], [12; 7; 14], [18; 10; 20], [24; 13; 26], [30; 16; 32], [36; 19; 38]. [H. G.]

I–789–3. feladat:

Négy egyjegyű szám szorzata legfeljebb négyjegyű szám lehet. Négy háromjegyű szám szorzata legalább kilencjegyű szám lenne, ezért a keresett számok kétjegyűek.

Ha négy egymást követő szám szorzata nem 0-ra végződik, akkor a számok között nincs egyetlen olyan szám sem, amely 0-ra vagy 5-re végződik. A keresett számok tehát a1, a2, a3, a4 vagy a6, a7, a8, a9 alakúak.

Ha a szorzat osztható 17-tel, akkor a tényezők egyikének is oszthatónak kell lennie 17-tel. Ha az egyik tényező maga a 17, akkor a szorzat: $16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 = 93\,024$, de ez még csak ötjegyű szám. Ha az egyik tényező a 34, akkor a szorzat: **31 · 32 · 33 · 34 = 1 113 024**, ami megfelel a feladat feltételeinek. Ha az egyik tényező a $3 \cdot 17 = 51$, akkor a szorzat: **51 · 52 · 53 · 54 = 7 590 024**. Ez is megfelel a feladat feltételeinek. Ha az egyik tényező a $4 \cdot 17 = 68$, akkor a szorzat már kilencjegyű lesz.
A feladatnak tehát két megoldása van:

31 · 32 · 33 · 34 = 1 113 024
és **51 · 52 · 53 · 54 = 7 590 024**

[H. G.]

I–89–4. feladat:

1-est a szám végére írva az $[A]$-t 10-zel szoroztuk, és 1-gyel növeltük. Tehát $[A][1] = 10 \cdot [A] + 1$.

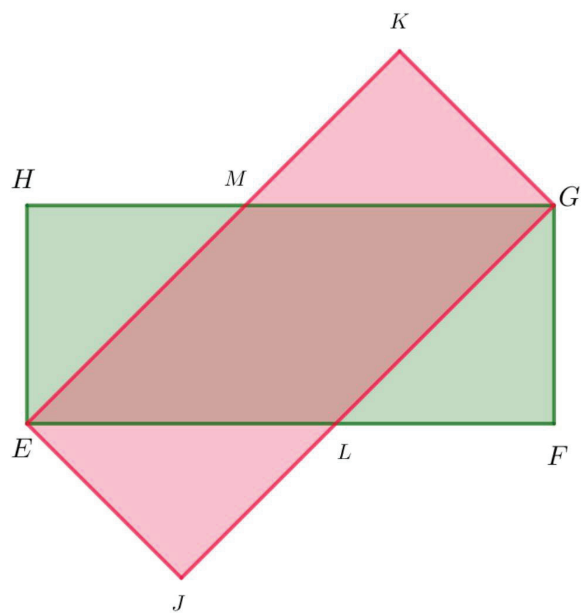
$$\frac{[A][1]}{[1][A]} = 3$$
$$10[A] + 1 = 3[A] + 300000$$
$$7[A] = 299999$$
$$[A] = 42857$$

Az $[A]$ értéke tehát **42 857**.

$$\frac{428571}{142857} = 3$$

[P. B.]

I–9–5. feladat:



Több megoldási mód is van. Például:

1. $LFG\Delta$; $|LF| = |FG| = 3$ cm; $|LFG|\angle = 90°$
2. E; $E \in FL \rightarrow |LE| = |LG|$
3. *EFGH* téglalap
4. $LEJ\Delta$; $LEJ\Delta \cong LGF\Delta$
5. *EJGK* téglalap

[H. G.]