

## KATEDRA MATEMATIKAVEVERSENY

ROVATVEZETŐ: RNDr. HORVÁTH GÉZA, [horvath.geza@slovanet.sk](mailto:horvath.geza@slovanet.sk)

AZONOSÍTÓ SZÁM: 2022001

II. FORDULÓ MEGOLDÁSAI

HORVÁTH GÉZA (ZSELÍZ) [H. G.] ÉS PÓCSIK BÉLA, NYITRACSEHI [P. B.] FELADATAI

V-VI. OSZTÁLY

**II-56-1. feladat:** Ha a négy összeget összeadjuk, akkor egy olyan összeget kapunk, amelyben a négy keresett szám egyaránt háromszor szerepel. Tehát a négy keresett szám összege:

$$(49 + 50 + 56 + 58) : 3 = \\ = 213 : 3 = 71$$

A keresett legkisebb szám a  $71 - 58 = 13$ , a második szám a  $71 - 56 = 15$ , a harmadik szám a  $71 - 50 = 21$ , a legnagyobb szám pedig a  $71 - 49 = 22$ . [H. G.]

Ellenőrzés:  $13 + 15 + 21 = 49$ ,  $13 + 15 + 22 = 50$ ,  $13 + 21 + 22 = 56$  és  $15 + 21 + 22 = 58$ .

**II-56-2. feladat:** Ha a három szám átlaga 2021, akkor összegük  $3 \cdot 2021 = 6063$ . Az első két szám átlaga 1982, tehát összegük 3964. A két nagyobb szám átlaga 2056, ezért összegük 4112. Ebből a harmadik szám:  $6063 - 3964 = 2099$ , az első szám:  $6063 - 4112 = 1951$ , a középső szám pedig:  $3964 + 4112 - 6063 = 2013$ . A keresett három szám tehát az **1951**, a **2013** és a **2099**. [H. G.]

**II-56-3. feladat:** Az I. és a III. összefüggés jobb oldalai 1 kg-ban térnek el egymástól. Ebből következik, hogy a III. összefüggés bal oldala 1 kg-mal kevesebb, mint az I. bal oldala:

$$\square + \square + \square = \square + \square - 1 \text{ kg,}$$

vagyis:

$$\square + \square = \square - 1 \text{ kg.}$$

Hasonlítsuk ezt össze a II. összefüggéssel! Ha a II. összefüggés mindkét oldaláról leveszünk egy-egy kék dobozt, akkor azt kapjuk, hogy:

$$\square + \square = \square + 1 \text{ kg}$$

Látható, hogy a  $\square + \square$  2 kg-mal kevesebb, mint a  $\square + \square$ .

Tehát:

$$\square + \square = \square + \square - 2 \text{ kg, vagyis:}$$

$$\square = \square - 2 \text{ kg, azaz}$$

$$\square = \square + 2 \text{ kg.}$$

Cseréljük le az I. összefüggés zöld dobozait ( $\square + 2$  kg)-ra!

$$\square + \square + \square = \square + 2 \text{ kg} + \square + 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg}$$

Két-két piros dobozt levéve mindkét oldalról kapjuk, hogy

$$\square = 7 \text{ kg.}$$

Mivel  $\square = \square + 2$  kg, ezért  $\square = 9$  kg. A  $\square + \square = \square - 1$  kg összefüggésből pedig kapjuk, hogy  $\square = 15$  kg. A megoldás tehát:  $\square = 7$  kg,  $\square = 9$  kg és  $\square = 15$  kg. [H. G.]

**II-78-1. feladat:** A munkahelyre érkezés rendes ideje és a korábbi megérkezés között 20 perc a különbség. Tehát az autó vezetője 20 perccel kevesebbet vezetett. Ez alatt megtette volna az utat a találkozás helyétől az állomásig és vissza a találkozás helyéig. Tehát az állomástól a találkozás helyéig autóval  $20 : 2 = 10$  percig tart az út. Ezért az építésvezető 5 óra 30 perc – 10 perc = **5 óra 20 perckor** találkozott az autóval. A gyalog megtett út 5 óra 20 perc – 4 óra 30 perc = **50 percig** tartott. [P. B.]

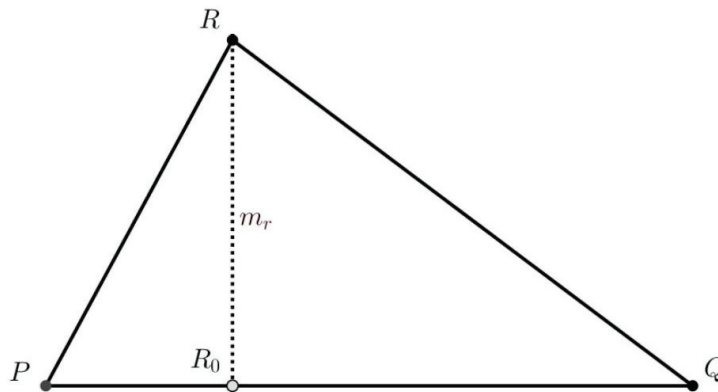
**II-789-2. feladat:** Ha a zöld sáv négy sarkából eltávolítunk egy-egy csempét, akkor  $62 - 4 = 58$  csempénk marad. Tehát a szürke téglalap kerülete 58 csempeszélességgel egyenlő. A szürke téglalap két oldalának összege ezért  $58 : 2 = 29$ . A feladatnak tehát annyi megoldása van, ahányféleképpen le tudjuk írni a 29-et két természetes szám összegeként.

$29 = 28 + 1 = 27 + 2 = 26 + 3 = 25 + 4 = 24 + 5 = 23 + 6 = 22 + 7 = 21 + 8 = 20 + 9 = 19 + 10 = 18 + 11 = 17 + 12 = 16 + 13 = 15 + 14$ . Ez összesen 14 megoldás. A legtöbb szürke csempére akkor lesz szükség, ha a szürke téglalap egyik oldala 15, a másik 14 csempehosszal egyenlő. Ebben az esetben  $15 \cdot 14 = \mathbf{210}$  szürke csempére lesz szükség. [H. G.]

**II-789-3. feladat:** A keresett számok között nem lehet 5-tel osztható, hiszen akkor a legkisebb közös többszörös 0-ra végződne. Bontsuk prímtényezőik szorzatára a legkisebb közös többszöröst:  $42504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23$ . A prímtényezőik közt két kétjegyű szám van, de ezek nem ugyanabban a „csoportban” vannak, hiszen ha a  $11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14$  lenne a megoldás, akkor a legkisebb közös többszörös nem tartalmazná a 23-at. Ezért próbálkozzunk a 21, 22, 23, 24 számokkal. Ezek legkisebb közös többszöröse valóban 42504. A keresett négy szám összege **90**. [H. G.]

**II-9-4. feladat:**

(Az ábra nem méretarányos.)



Bocsássunk merőlegest az  $R$  pontból az  $r$  oldalra, és alkalmazzuk Pitagorasz tételét az  $RPR_0$  és a  $QRR_0$  derékszögű háromszögekre:

$$PR_0 = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$R_0Q = \sqrt{37^2 - 12^2} = \sqrt{1369 - 144} = \sqrt{1225} = 35 \text{ cm}$$

A  $PQ$  oldal hossza ezért  $5 + 35 = 40$  cm.

A háromszög területe tehát:

$$T = \frac{40 \cdot 12}{2} = \mathbf{240 \text{ cm}^2}. \text{ [H. G.]}$$