

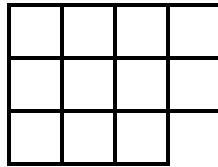
XXVIII. Katedra Matematikaverseny, 2023. május 5., Dunaszerdahely

Az I. forduló feladatai

Összeállította: Horváth Géza

5. osztály

- Egy különleges dobókocka-készletben a kockák lapjain nem 1, 2, 3, 4, 5, 6 pötty, hanem 2, 3, 4, 5, 6, 7 pötty látható. A szemközti lapokon látható pöttyök számának összege mindig 9. Tíz darab ilyen kockából összeragasztunk egy oszlopot.
 - Legfeljebb hány pötty látható a kockaoszlop felszínén?
 - Legalább hány pötty látható a kockaoszlop felszínén?
- Nevezzük *csökkenő számoknak* az olyan többjegyű természetes számokat, amelyeknek a számjegyei balról jobbra csökkennek! Hány olyan *csökkenő szám* van, amelyekben a számjegyek összege 39?
- Hány téglalap látható ezen az ábrán? Rajzold le a különböző téglalapokat, és írd mindegyikhez, hogy hány darab látható az ábrán! (A négyzetet is téglalaprak tekintjük.)



6. osztály

- Egy rácsnégyzet kerületén több rácspont van, mint a rácsnégyzet belsejében. Ha a négyzet oldalát 1 egységgel növeljük, akkor ennek a kerületén már kevesebb rácspont lesz, mint a belsejében. „Hányszor hányas” az eredeti rácsnégyzet?
- Helyezd el az 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 számokat egy (3×3) -as bűvös négyzetben! A bűvös négyzet minden sorában, minden oszlopában és mindkét átlójában ugyanannyi a számok összege.
- Egy táborban 20 csapat van. Különböző zászlókat kell számukra tervezni piros, sárga és zöld anyagból. A zászló lehet *egyszínű*, *kétsáv*os vagy *háromsáv*os. (A sávok vízszintesek, és minden zászló téglalap alakú.) A színek ismétlődhetnek, de két egyforma színű sáv nem kerülhet egymás mellé, és a fordított színsorrendű zászlókat nem tekintjük azonosaknak. (Pl. a piros—zöld—sárga nem azonos a sárga—zöld—piros zászlóval.) Tervezhető-e elegendő zászló a 20 csapat számára? Sorold fel az összes megoldást!

7. osztály

- Keresd meg azt a lehető legkisebb, 2024-re végződő számot, amely osztható 63-mal!
- Keresd meg az összes olyan háromjegyű természetes számot, amelyben a számjegyek szorzata 24! Sorold fel ezeket a számokat növekvő sorrendben!
- Másold át az alábbi ábrát a négyzethálós lapra, és írd számokat az ábra üres négyzeteibe, hogy bűvös négyzetet kapj! (A bűvös négyzet mindhárom sorában, mindhárom oszlopában és mindkét átlójában ugyanannyi a számok összege.)

	20	18
14		

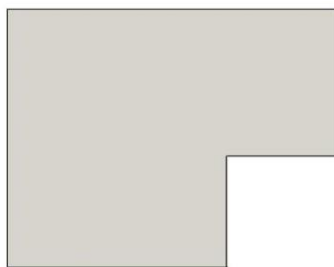
8. osztály

1. Melyik az a lehető legnagyobb háromjegyű szám, amelynek pontosan 24 osztója van? Sorold fel ezeket az osztókat! [Segítség: Egy szám osztóinak számát a prímtényezőss felbontásából tudjuk meg. Például: $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$. A prímtényezők között 4 db 2-es és 1 db 3-as van. Ezért a 48 osztóinak száma $(4 + 1) \cdot (1 + 1) = 5 \cdot 2 = 10$. Vagy: $180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, ezért a 180-nak $(2 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ osztója van. 2. segítség: A legnagyobb háromjegyű prímszámok: 971, 977, 983, 991, 997.]

2. Az alábbi szorzásban az egyenlő betűknek egyenlő számjegyek, a különböző betűknek különböző számjegyek felelnek meg. Határozd meg a betűk értékét! Indokold meg a megoldást! ($A \neq 0$ és $B \neq 0$)

$$ABA \cdot ABA = BCADBA$$

3. Egy téglalpból, amelynek cm-ben adott oldalhosszúságai természetes számok, az ábrán látható módon kivágtunk egy 2 cm oldalú négyzetet. (Megj.: az ábra nem méretarányos.) A kivágás után az alakzat területe 104 cm^2 lett. Határozd meg az eredeti téglalap oldalait! **a)** Add meg az összes megoldást! **b)** Mely esetben lesz a téglalap kerülete a lehető legkisebb?



9. osztály

1. A BDC háromszögben $\beta = \angle DBC$, $\gamma = \angle BCD$, $\delta = \angle BDC$. A belső szögek aránya: $\beta : \gamma = 7 : 2$ és $\delta : \beta = 3 : 7$. A B csúcsból a CD oldalra húzott BB_0 magasság hossza 7 cm. Milyen hosszú a BC oldal?

2. Valahány egymást követő természetes szám egyike a 2023. A számok összege osztható 13-mal. Határozd meg a legkisebb ilyen összeget! [Segítség: valahány, páratlan darabszámú egymást követő szám összegét úgy is kiszámíthatjuk, hogy a középsőt megszorozzuk a darabszámmal. Pl.: $4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 6 \cdot 5 = 30$. Páros darabszám esetében a két középső szám átlagát szorozzuk meg a darabszámmal. Pl.: $5 + 6 + 7 + 8 = 6,5 \cdot 4 = 26$.]

3. Hat egybevágó kockából kétféleképpen ragaszthatunk össze egy tömör téglalestet. A négyzetes oszlop formájú felszíne 196 cm^2 -rel nagyobb, mint a másiké. Hány cm^3 a téglalesteteket alkotó 1 kis kocka térfogata?