A KATEDRA-VERSENYEK
FŐ SZERVEZŐJE
Katedra Polgári Társulás

KATEDRA-VERSENY

A Katedra-versenyek az oktatási minisztérium által akkreditált és támogatott versenyek.
További, a versennyel kapcsolatos információk: **www.katedra.sk, katedrapolgaritarsulas@gmail.com**

KATEDRA MATEMATIKAVERSENY

ROVATVEZETŐ: RNDr. HORVÁTH GÉZA, horvath.geza@slovanet.sk

A III. FORDULÓ MEGOLDÁSAI — HORVÁTH GÉZA (ZSELÍZ) FELADATAI

V–VI. OSZTÁLY

III–5–1. feladat:
Ha a keresett szám a 25 többszöröse, akkor 0-ra vagy 5-re végződik.
A 25 olyan többszörösei, amelyek 0-ra vagy 00-ra végződnek, és csak kétféle számjegyet tartalmaznak:
50, 100, 200, 300, 400, 500, 550, 600, 700, 800, 900 – ez 11 darab.
A 25 olyan többszörösei, amelyek 5-re végződnek, és csak kétféle számjegyet tartalmaznak:
25, 75, 225, 525, 575, 775 – ez 6 darab.

Összesen **17 darab** ilyen szám van.

III–56–2. feladat:
A három szám ugyanazzal a számjeggyel kezdődik. A három egymást követő szám közül legalább egy páros. A három szám szorzata akkor végződne 0-ra, ha a számok egyike 5-re vagy 0-ra végződne. Például: nem lehet a három keresett szám a 33, 34 és a 3<u>5</u>. A lehetséges megoldások:

11, 12, 13 → ezek összege **36**.
22, 23, 24 → ezek összege **69**.
66, 67, 68 → ezek összege **201**.
77, 78, 79 → ezek összege **234**.

A feladatnak **4 megoldása** van.

III–56–3. feladat:
Mivel az összegek között nincsenek egyenlők, a keresett számoknak is páronként különbözőknek kell lenniük. Jelöljük a négy számot a, b, c, d-vel, ahol $a < b < c < d$. A két legkisebb szám összege 5, a két legnagyobbé 14, tehát $a + b = 5$, $c + d = 14$, ebből következik, hogy a négy szám összege $5 + 14 = 19$. Mivel a második összeg 1-gyel nagyobb az elsőnél, az első szám csak 1 lehet, tehát $\boldsymbol{a} = \mathbf{1}$, és ezért $\boldsymbol{b} = \mathbf{4}$, ugyanakkor $a + c = 6$, tehát $\boldsymbol{c} = \mathbf{5}$. Mivel a négy szám összege 14, ezért a negyedik szám: $\boldsymbol{d} = 14 - (1 + 4 + 5) = \mathbf{9}$. A keresett négy szám tehát az **1, 4, 5** és **9**.

III–6–4. feladat:
A négyzet és a szabályos háromszög oldalai ugyanakkorák. Ezért a *PHF* és a *GPF* háromszög is egyenlő szárú. Mivel a *HEP* és a *PFG* szög 30°-os, azért a *PHE* és a *GPF* szög egyaránt 75–75 fokos. Ebből már kiszámítható a *HPG* szög nagysága:

$$|HPG| = 360° - 2 \cdot 75° - 60° = \mathbf{150°}.$$

VII–VIII–IX. OSZTÁLY

III–78–1. feladat:
Jelöljük α-val a *ZXN* és az *XYM* szögek nagyságát. Mivel $|ZXY\angle| = |ZYX\angle| = 65°$, ezért $|NXY\angle| = |PXY\angle| = 65° - \alpha$. Az *XYP* háromszögnek az *NPY* szög az egyik külső szöge. A külső szög egyenlő a nem mellette fekvő két belső szög összegével, tehát:

$$|NPY\angle| = |PXY\angle| + |XYP\angle|$$
$$|NPY\angle| = 65° - \alpha + \alpha$$
$$|NPY\angle| = 65°$$

Megj.: Látható, hogy az *NPY* szög nagysága nem függ α szög nagyságától.

III–789–2. feladat:
Bontsuk fel a 25 234-et prímszámok szorzatára!
25 234 = 2 · 11 · 31 · 37
Viki életkora a) 11, esetleg b) 2 · 11 = 22. A b) esetet kizárhatjuk, mert ebben az esetben édesanyja 31, nagymamája pedig mindössze 37 éves lenne.
Tehát **Viki 11 éves**. Édesanyja és nagymamája életkorára két megoldást is találhatunk:
a) édesanyja 31 éves, nagymamája pedig 2 · 37 = 74 éves;
b) édesanyja 37 éves, nagymamája pedig 2 · 31 = 62 éves.
Foglaljuk táblázatba az eredményeket:

Viki	édesanyja	nagymamája
11 éves	**31 éves**	**74 éves**
11 éves	**37 éves**	**62 éves**

III–789–3. feladat:
495 = 5 · 9 · 11. A keletkező számnak oszthatónak kell lennie 5-tel, 9-cel és 11-gyel is. Az 5-tel és 9-cel való oszthatóságot nem kell vizsgálnunk, hiszen a szám mindig 5-re fog végződni, és számjegyeinek összege mindig a 2 + 2 + 5 = 9 többszöröse lesz.
Egy szám akkor osztható 11-gyel, ha a páratlan helyeken álló számjegyeinek összegéből a páros helyeken álló számjegyeinek összegét kivonva 11-gyel osztható számot (...–22-t, –11-et, 0-t, 11-et, 22-t,...) kapunk. Ez a különbség a 2025 esetén 1 · 5 – 2 · 2, 20252025 esetén 2 · 5 – 4 · 2 = 2, 202520252025 esetén 3 · 5 – 6 · 2 = 3, *n* darab 2025-öt leírva

$$5n - 4n = n$$

lesz. Mivel $n = 0$-t nem kaphatunk, akkor kapunk 11-gyel osztható számot, ha $n = 11$ lesz. Tehát **11** darab 2025-öt kell egymás mellé leírnunk.

III–9–4. feladat:

A *BCDE* négyszöget a *BD* átlója egy *BCD* és egy *BDE* háromszögre bontja. Mindkettőre teljesül Pitagorasz tétele, mert $77^2 + 36^2 = 85^2$ és $84^2 + 13^2 = 85^2$. Mindkét háromszögnek a *BD* átló az átfogója. A *BCDE* négyszög területe tehát a két háromszög területének összegével egyenlő.

$$T_{BCD} = \frac{77 \cdot 36}{2}$$
$$T_{BCD} = 1386$$

$$T_{BDE} = \frac{84 \cdot 13}{2}$$
$$T_{BCD} = 546$$

A *BCDE* négyszög területe tehát: 1386 + 546 = **1932 cm²**.